一维 Ad Hoc 网络二连通性研究

田 野[1], 盛 敏[1], 李建东[1], 段 鹏[2]

(1. 西安电子科技大学综合业务网理论及关键技术国家重点实验室、信息科学研究所, 陕西西安 710071;

2. 西北工业大学电子信息学院, 陕西西安 710072)

摘 要: 无线 Ad Hoc 网络拓扑结构的连通性是成功实现网络端到端数据通信的基本前提, 而二连通性是网络在有节点失效的情况下保持拓扑连通的基本条件. 为了有效构建具有容错能力的网络拓扑结构, 本文针对节点随机均匀分布的一维 Ad Hoc 网络模型, 基于割点概率, 分析了一维 Ad Hoc 网络的二连通性, 给出了网络的二连通性与网络分布区域大小、节点数目、通信半径间的解析关系. 利用该结论, 合理配置网络参数, 能够有效优化网络的拓扑结构. 仿真实验结果表明, 理论值与仿真值吻合良好, 验证了所得结论的正确性.

关键词: 无线 Ad Hoc 网络; 拓扑; 连通性; 一维网络

中图分类号: TP393 文献标识码: A 文章编号: 037222112 (2008) 0420715205

On Biconnectivity for One- Dimensional Wireless Ad Hoc Networks

TIAN Ye[1], SHENG Min[1], LI Jian- dong[1], DUAN Peng[2]

(1. State Key Laboratory of Integrated Service Networks, Information Science Institute, Xidian University, Xi. an, Shaanxi 710071, China;

2. School of Electronics Information, Northwestern Polytechnical University, Xi. an, Shaanxi 710072, China)

Abstract: Topology connectivity of wireless Ad Hoc networks is an essential prerequisite to end2to2end data communication, and biconnectivity is the basic condition to maintain topology connectivity in the case of unexpected node failure. Based on the anal2ysis of the probability of cut2vertexes whose failure will partition a network, this paper derives a practicable formula for one2dimen2sional networks with nodes distributed randomly and uniformly. It formulates the relationship between biconnectivity probability and three basic network parameters, such as the size of network area, the number of network nodes and the transmission range of each node. According to this formula, we can optimize network topology efficiently. Simulation results validate the accuracy of our con2clusion and confirm its efficiency in practical network design.

Key words: wireless Ad Hoc network; topology; connectivity; one2dimensional network

1 引言

无线 Ad Hoc 网络[1] (Wireless Ad Hoc Network) 是一种可重构的多跳分布式无线通信网络. 该网络具有的自组织、自配置、自适应以及自愈能力使之能够灵活地用于各种无任何固定通信基础设施支撑的环境. 由若干分布在一维区域内的通信终端构成的这类网络在现实世界有着广泛的应用[2], 例如, 城市中沿着公路以及战场环境下沿着行军路线构建的自组织网络, 沿着国土边界或海岸线分布的无线传感器网络等都可描述为一维 Ad Hoc 网络. 因此, 在一维环境下研究 Ad Hoc 网络是相关领域中不可忽视的一个重要研究方面.

由于发射功率的限制, Ad Hoc 网络内节点间的通信往往需要借助网内其它节点的中继转发才能实现, 这种多跳传输的特点必然要求网络以拓扑的连通性[3]为成功传输的基本前提. 因此, 近年来已有许多学者对 Ad Hoc 网络拓扑的连通性进行研究. 文献[4~ 6]中, 作者研究了网络节点数目 n v] 或网络区域大小 a v] 时, 二维 Ad Hoc 网络连通的概率, 但渐进性的前提条件使得只有当 n 或 a 很大时理论分析才能与实际网络取得较为一致的结果. 文献[2, 7~ 9]中, 研究者主要分析了有限规模一维 Ad Hoc 网络拓扑连通的概率, 但他们并没考虑节点意外失效对网络连通性的影响, 所形成的网络拓扑不具有容错性. 此外, 文献[6]虽然给出了以一定概率实现网络 k 连通的条件, 然而该结论并不适用于一维 Ad Hoc 网络[6].

收稿日期: 2007204225; 修回日期: 2007211230

基金项目: 国家自然科学基金(No. 60572146); 国家杰出青年基金(No. 60725105); 新世纪优秀人才支持计划; 教育部科学技术研究重点项目(No. 107103); 国家 863 高技术研究发展计划(No. 2007AA01Z217); 高等学校博士学科点专项科研基金(No. 20050701007); 高等学校优秀青年教师教学科学研奖励计划; 高等学校学科创新引智计划(No. B08038)

二连通性是网络拓扑容错能力的基本度量[10]，因此本文从概率角度出发主要研究一维 Ad Hoc 网络实现二连通的基本条件. 针对节点均匀分布的典型 Ad Hoc 网络模型[2,7,9]，本文首先分析了网络割点出现的概率，并在此基础之上根据割点与网络二连通的约束关系，得到了反映网络分布区域大小、节点数目及通信半径三个基本参量与网络二连通概率间关系的解析公式. 利用此公式，设计者能够根据服务等级[8]的要求合理配置网络参数，从而达到优化网络拓扑结构的目的.

2 网络模型及定义

本文考虑 n 个随机分布在一维区域 $[0, L]$ 中的同构节点构成的一维 Ad Hoc 网络. 节点位置同服从均匀分布并且相互独立. 在该网络中，所有节点使用相同的传输功率发送分组，相应的无线通信半径为 R. 当且仅当两节点 u, v 间的欧几里德距离小于等于节点通信半径 R 时，u, v 能够直接相互通信. 这样，一个一维 Ad Hoc 网络可描述为顶点分布在 $[0, L]$ 区间上的几何随机图 $G(n, R)$. 此外，假设网络分布区域无障碍，收发节点间的无线信道是对称的.

给定网络 $G(n, R)$，若对 G 中任意两节点 u, v 而言，存在一条连通 u, v 的路，则称网络 G 是连通的. 如果删除 G 中的任一节点 w，网络依然保持连通，那么 G 是二连通网络. 否则，它为一连通网络，也称为简单连通网络. 被删除后，每个能够使网络连通分支数目增加的节点称为网络 $G(n, R)$ 的割点.

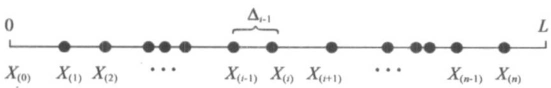

图 1 一维网络模型

3 一维网络二连通概率分析

图论[11]给出了网络割点与二连通间的关系，可表述为如下定理：

定理 1 对于一个至少包含三个顶点的图 $G(n, R)$，$G(n, R)$ 二连通的充分必要条件是 $G(n, R)$ 连通且不包含割点.

因此，本文将从割点入手研究网络二连通的概率. 我们首先分析通信半径为 R 的 n 个节点相互独立且均匀分布在一维空间 $[0, L]$ 时，网络中任意节点 u 成为割点的概率.

设 E_{bicon} 表示事件"网络二连通". 网络节点在 $[0, L]$ 区间内随机均匀分布，故节点的位置坐标是一个随机变量. 假设 X 表示节点 u 的位置坐标，那么 X 的概率密度函数为：

$$f_X(x) = \frac{1}{L}, 0 \le x \le L$$

网络中的 n 个节点同服从均匀分布且节点位置相互独立，因此 n 维随机变量 $\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ 的联合概率密度函数为：

$$f_{X_1, \cdots, X_n}(x_1, \cdots, x_n) = \frac{1}{L^n}, 0 \le x_i \le L, i = 1, \cdots, n$$

设 $X_{(1)}$ 表示原点右侧第一个节点的位置坐标，$X_{(2)}$ 表示原点右侧第二个节点的位置坐标，依此类推，那么如图 1 所示，随机变量 $\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ 按由小到大的递增次序可重新排列为：

$$0 \le X_{(1)} \le X_{(2)} \le \cdots \le X_{(n)} \le L$$

对于 n 个节点而言，共有 $n!$ 种排列方式，且每种排列出现的概率都相等，因此排序后的 n 维随机变量 $\{X_{(1)}, X_{(2)}, \cdots, X_{(n)}\}$ 的联合概率密度函数可表示为：

$$f_{X_{(1)}, \cdots, X_{(n)}}(x_1, \cdots, x_n) = \frac{n!}{L^n}, 0 \le x_1 \le \cdots \le x_n \le L$$

定义相邻两节点间的距离 Δ 为：

$$\Delta_{i-1} = X_{(i)} - X_{(i-1)}, \text{其中}, i = 1, 2, \cdots, n, X_{(0)} = 0$$

所以随机变量 $\{X_{(1)}, X_{(2)}, \cdots, X_{(n)}\}$ 可表示为随机变量 $\{\Delta_0, \Delta_1, \cdots, \Delta_{n-1}\}$ 的线性组合：

$$\begin{cases} X_{(1)} = \Delta_0 \\ X_{(2)} = \Delta_0 + \Delta_1 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ X_{(n)} = \Delta_0 + \Delta_1 + \cdots + \Delta_{n-1} \end{cases}$$

由此，坐标变换的雅可比行列式为：

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial X_{(1)}}{\partial \Delta_0} & \cdots & \frac{\partial X_{(1)}}{\partial \Delta_{n-1}} \\ \frac{\partial X_{(2)}}{\partial \Delta_0} & \cdots & \frac{\partial X_{(2)}}{\partial \Delta_{n-1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial X_{(n)}}{\partial \Delta_0} & \cdots & \frac{\partial X_{(n)}}{\partial \Delta_{n-1}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{vmatrix} = 1$$

通过换元，可得 n 维随机变量 $\{\Delta_0, \Delta_1, \cdots, \Delta_{n-1}\}$ 的联合概率密度函数为：

$$f_{\Delta_0, \cdots, \Delta_{n-1}}(\delta_0, \cdots, \delta_{n-1})$$

$$= f_{X_{(1)}, \cdots, X_{(n)}}(\delta_0, \cdots, \delta_0 + \cdots + \delta_{n-1})|J| = \frac{n!}{L^n} \quad (1)$$

其中，$\sum_{t=0}^{n-1} \delta_t \le L, \delta_t \ge 0, t = 0, \cdots, n-1$

设 P_i 表示排序后网络中第 i 个节点成为割点的概率. 当 $i = 1$ 或 n 时，节点位于网络的最左端或最右端，故 $P_1 = P_n = 0$. 当 $i = 2, \cdots, n-1$ 时，网络中第 i 个节点成为割点的概率可表示为：

$$P_i = P\{\Delta_{i-1} \le R, \Delta_i \le R, R < \Delta_{i-1} + \Delta_i \le \min(2R, L)\},$$

其中，$i = 2, \cdots, n-1$

利用式(1)对随机变量 $\Delta_{i+1}, \cdots, \Delta_{n-1}$ 积分，可以求得 $i+1$ 维随机变量 $\{\Delta_0, \cdots, \Delta_i\}$ 的联合概率密度函数：

$$f_{\xi_0,\xi_i}(D_0,\dots,D_i)=\int_0^{L-D_0-\dots-D_i}\dots\int_0^{L-D_0-\dots-D_{n-2}}\frac{n!}{L^n}dD_{n-1}\dots dD_{i+1}=\frac{n!}{L^n(n-i-1)!}(L-D_0-\dots-D_i)^{n-i-1}$$

其中, $\sum_{t=0}^{i}D_t\le L$, $D_t\ge 0$, $t=0,\dots,i$.

再对随机变量 $\xi_0,\dots,\xi_{i-2}$ 积分, 可以求得二维随机变量 $\{\xi_{i-1},\xi_i\}$ 的联合概率密度函数:

$$f_{\xi_{i-1}\xi_i}(D_{i-1},D_i)=\int_0^{L-D_{i-1}-D_i}\dots\int_0^{L-D_1-\dots-D_i}f_{\xi_0,\xi_i}(D_0,\dots,D_i)dD_0\dots dD_{i-2}=\frac{n!}{L^n(n-2)!}(L-D_{i-1}-D_i)^{n-2}$$

其中, $D_{i-1}+D_i\le L$, $D_{i-1}\ge 0$, $D_i\ge 0$, $i=1,\dots,n-1$

当 $2R\le L$ 时,

$$\begin{aligned}P_i&=P\{\xi_{i-1}\le R,\xi_i\le R,R<\xi_{i-1}+\xi_i\le\min(2R,L)\}\\&=P\{\xi_{i-1}\le R,\xi_i\le R,R<\xi_{i-1}+\xi_i\le 2R\}\\&=\int_0^R\int_{R-D_i}^R f_{\xi_{i-1}\xi_i}(D_{i-1},D_i)dD_{i-1}dD_i\\&=\frac{1}{L^n}[(L-2R)^n-(L-R)^n+nR(L-R)^{n-1}]\end{aligned}$$

所以, 当 $2R>L$ 时,

$$\begin{aligned}P_i&=P\{\xi_{i-1}\le R,\xi_i\le R,R<\xi_{i-1}+\xi_i<\min(2R,L)\}\\&=P\{\xi_{i-1}\le R,\xi_i\le R,R<\xi_{i-1}+\xi_i\le L\}\\&=\int_0^{L-R}\int_{R-D_i}^{R}f_{\xi_{i-1}\xi_i}(D_{i-1},D_i)dD_{i-1}dD_i\\&\quad+\int_{L-R}^{R}\int_{R-D_i}^{L-D_i}f_{\xi_{i-1}\xi_i}(D_{i-1},D_i)dD_{i-1}dD_i\\&=\frac{1}{L^n}(L-R)^{n-1}[(n-1)(L-R)+n(2R-L)]\end{aligned}$$

综上所述, 有:

$$P_i=\begin{cases}0, & i=1\ \text{or}\ n\\ [(L-2R)^n-(L-R)^n+nR(L-R)^{n-1}]/L^n, & 2R\le L,2\le i\le n-1\\ (L-R)^{n-1}[(n-1)(L-R)+n(2R-L)]/L^n, & 2R>L,2\le i\le n-1\end{cases}\tag{2}$$

设 E_u 表示事件“节点 u 为割点”, E_{u-i} 表示事件“节点 u 为网络中第 i 个节点, $i=1,\dots,n$”. 显然, $E_{u-1},\dots,E_{u-n}$ 构成样本空间的一个划分. 根据全概率公式, 任意节点 u 成为割点的概率 P 为:

$$P=P(E_u)=\sum_{i=1}^{n}P(E_u|E_{u-i})P(E_{u-i})$$

由于节点位置同服从均匀分布且相互独立, 节点 u 在排序之后等可能的成为网络中的第 i 个节点, $i=1,\dots,n$, 故 $P(E_{u-i})=1/n$. 此外 $P(E_u|E_{u-i})=P_i$, 所以有:

$$P=\sum_{i=1}^{n}P_iP(E_{u-i})=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}P_i$$

代入式(2), 我们得到:

定理 2　假设通信半径为 R 的 n 个节点独立且随机均匀地分布在一维空间 $[0,L]$, 网络中任意节点 u 成为割点的概率为:

$$P=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}P_i=\begin{cases}(n-2)[(L-2R)^n-(L-R)^n\\\quad+nR(L-R)^{n-1}]/nL^n, & 2R\le L\\ (n-2)(L-R)^{n-1}[(n-1)(L-R)\\\quad+n(2R-L)]/nL^n, & 2R>L\end{cases}\tag{3}$$

设 E_{con} 表示事件“网络连通”, E_0 表示事件“网络中无割点”. 根据定理 1, “网络二连通”事件 E_{bicon} 是 E_{con} 和 E_0 的积事件. 因此, 网络二连通的概率 $P(E_{bicon})=P(E_{con}\cap E_0)$.

给定一个网络, 该网络是否连通与网络中是否存在割点无关, 因此, 事件 E_{con} 和 E_0 可近似认为是相互独立的随机事件. 因此, 我们得到:

$$P(E_{bicon})=P(E_{con}\cap E_0)=P(E_{con})P(E_0)\tag{4}$$

这样, 所求的一维网络二连通概率就转化为求解网络中无割点以及网络连通的概率问题.

定理 2 给出了网络中任意节点 u 成为割点的概率. 对于 n 个节点构成的一维网络而言, 当节点数目 n 较大时($n\ge 30$), 通常可近似认为网络中不同节点“成为割点”事件的发生相互独立. 因此, 网络中无割点存在的概率可表达为:

$$P(E_0)=(1-P)^n\tag{5}$$

此外, 文献[9]中, 作者给出了一维 Ad Hoc 网络连通的概率, 即:

$$P(E_{con})=\sum_{i=0}^{m}(-1)^{i-1}\binom{n-1}{i}\left(1-i\frac{R}{L}\right)^n\tag{6}$$

其中 $m=\min\{n-1,\mathrm{int}(L/R)\}$, $\mathrm{int}(x)$ 表示小于等于 x 的最大整数. 联立(4)～(6)式, 我们可以得到:

定理 3　假设通信半径为 R 的 n 个节点独立且随机均匀地分布在一维空间 $[0,L]$, 当网络节点数目 n 较大时, 该网络二连通的概率为:

$$P(E_{bicon})=(1-P)^n\sum_{i=0}^{m}(-1)^{i-1}\binom{n-1}{i}\left(1-i\frac{R}{L}\right)^n\tag{7}$$

定理 3 明确给出了一维网络二连通概率与网络分布区域大小 L、节点数目 n 及通信半径 R 三个基本网络参数间的函数关系. 给定公式中的任意三个参量, 就可求得第四个变量所对应的函数值. 因此, 根据定理 3 合理配置网络参数, 可以有效设计具有二连通特性的网络

拓扑结构. 例如, 在 100m 区域中, 一个由 50 个节点构成的一维 Ad Hoc 网络, 如果希望该网络能够以 019 的概率实现二连通, 根据公式(7), 每个节点的通信半径至少应设置为 15134m. 若希望以 0199 的概率保证网络的二连通性, 此时通信半径至少应设置为 19156m.

4　仿真结果及分析

为了验证上述结论的正确性,我们对实际网络进行仿真, 并对实验统计结果与理论分析值进行比较分析. 仿真时, n 个节点独立、随机且均匀地分布在 0~ 100 个单位长度的一维空间内构成一维 Ad Hoc 网络. 每个节点的通信半径为 R 个单位长度. 每次的仿真结果取 100000 次实验的统计平均值. 实验结果中, Simul. 表示仿真值, Analy. 表示理论值.

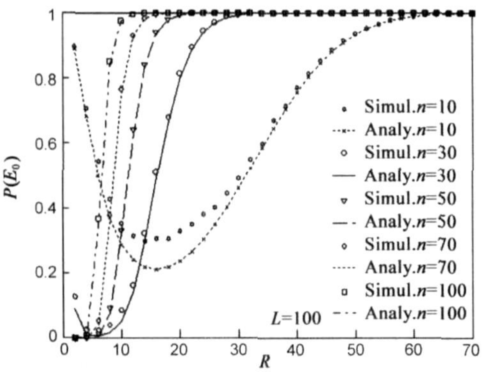

图 2　一维 Ad Hoc 网络中无割点出现的概率

网络中无割点出现的概率是计算一维网络二连通概率的基础, 因此我们首先验证公式(5)的正确性. 图 2 在不同规模的网络环境下比较了 $P(E_0)$ 的理论分析结果与仿真结果. 正如图所示, 理论曲线的变化趋势与仿真结果相一致, 但具体数值在自变量 R 的一定变化范围内存在差异. 该误差是由于网络中不同节点/ 成为割点0事件的发生在 R 较小时并不完全独立造成的. 但是, 正如第 3 节分析中提到的那样当网络节点数目较大时, 此种依赖关系在一定程度上得到减弱[9]. 因此, 随着网络节点数目的增多, 理论值与仿真值有很好地吻合, 两者差值小于 0101. 此外, 在小规模的情况下(如 n= 10 时的情况), 当 R 较大(相应概率大于 016) 时, 理论与实验结果也有很好的一致性.

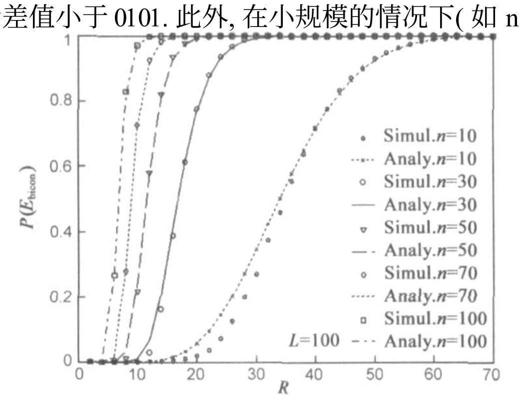

图 3　一维 Ad Hoc 网络二连通概率理论值与仿真值比较

图 3 给出了不同网络规模条件下, 一维网络二连通概率随节点通信半径 R 的变化曲线. 我们可以容易看出, 在网络节点数目较多的情况下(n \ 30), 仿真结果与理论曲线几乎完全重合, 这证明了定理 3 所述结论的正确性. 但在各种情况下, 当 R 较小时理论结果与仿真结果在一定程度上存在误差. 这一方面是由图 2 分析中提到的 $P(E_0)$ 的近似误差引起的, 另一方面由 E_{con} 和 E_0 事件的独立性近似导致. 但是随着网络规模的增大, 该误差逐渐缩小. 此外, 值得注意的是: 在概率较高的情况下(大于 017), 在各种规模的网络环境中, 理论值与仿真值很好地吻合. 在实际网络设计过程中人们往往希望以较高概率保证网络的连通性, 所以定理 3 在网络拓扑优化设计方面具有较高的工程应用价值.

5　结论

网络拓扑的容错性是网络结构设计过程中非常渴望获得的网络特性, 而二连通是判断网络是否具有容错能力的基本度量. 本文分析了一维 Ad Hoc 网络拓扑二连通的概率, 得到了有效计算网络二连通概率的公式. 该公式能够有效应用于网络拓扑设计过程之中. 今后, 我们还将从概率角度出发进一步讨论移动环境下一维网络的二连通问题.

参考文献:

[1] R Ramanathan, J Redi. A brief overview of ad hoc networks: challenges and directions[J]. IEEE Communication Magazine, 2002, 40(5): 20- 22.

[2] C H Foh, B S Lee. A closed form network connectivity formula for one2dimensional MANETs[A]. In Proceedings of IEEE In2ternational Conference on Communications (ICC)[C]. Paris: IEEE ICC, 2004. 3739- 3742.

[3] P Santi. Topology Control in Wireless Ad Hoc and Sensor Net2works[M]. England: John Wiley & Sons Ltd, 2005.

[4] P Santi, D M Blough. The critical transmitting range for con2nectivity in sparse wireless ad hoc networks[J]. IEEE Transac2tions on Mobile Computing, 2003, 2(1): 25- 39.

[5] P Santi. The critical transmitting range for connectivity in mo2bile ad hoc networks[J]. IEEE Transactions on Mobile Comput2ing, 2005, 4(3): 310- 317.

[6] C Bettstetter. On the minimum node degree and connectivity of a wireless multihop network[A]. In Proceedings of ACM Mo2biHoc[C]. Lausanne: ACM MobiHoc, 2002. 80- 91.

[7] M Desai, D Manjunath. On the connectivity in finite ad hoc net2works[J]. IEEE Communication Letters, 2002, 6(10): 437- 439.

[8] C H Foh, G Liu, B S Lee, B C Seet, K J Wong, C P Fu. Net2work connectivity of one2dimensional MANETs with Random Waypoint Movement [J]. IEEE Communication Letters, 2005, 9 (1): 31- 33.

[9] A Ghasemi, S Nader2Esfahani. Exact probability of connectivity in one2dimensional ad hoc wireless networks [J]. IEEE Com2munication Letters, 2006, 10(4): 251- 253.

[10] P Basu, J Redi. Movement control algorithms for realization of faul2tolerant ad hoc robot networks [J]. IEEE Network, 2004, 18(4): 36- 44.

[11] D B West. Introduction to Graph Theory, Second Edition [M]. Beijing: China Machine Press, 2004.

作者简介:

田　野　男, 1982 年 7 月出生于陕西西安. 2004 年毕业于西安电子科技大学通信工程学院, 获学士学位, 现于西安电子科技大学攻读博士学位. 主要研究方向为无线 Ad Hoc 网络, 无线传感器网络及拓扑控制技术.

E2mail: ytian@mail. xidian. edu. cn

盛　敏　女, 1975 年 8 月出生于湖南长沙. 西安电子科技大学教授、博士. 中国电子学会会员, 陕西省通信学会青年委员会委员. 主要研究方向包括移动 Ad Hoc 网络、无线传感器网络、QoS 技术以及个人通信网络等.

E2mail: msheng@mail. xidian. edu. cn

李建东　男, 1962 年 10月出生于江苏阜宁. 西安电子科技大学教授、博士生导师. 中国通信学会会士、IEEE 高级会员、中国电子学会高级会员、第 1 届和第 4 届/ 8630 个人通信技术专业专家组成员. 主要从事移动通信、个人通信、软件无线电、分组无线网、自组织网络、宽带无线 IP 技术等方面的研究.

段　鹏　男, 1982 年 1月出生于陕西西安. 2004 年毕业于西北工业大学电子信息学院, 获学士学位, 现于西北工业大学攻读博士学位. 主要研究方向为无线通信系统调制技术与信道估计技术.